

Probabilité : suggestions didactiques pour les enseignants du primaire

Extrait de la *Progression des apprentissages au primaire en mathématique du Programme de formation de l'école québécoise*, p. 21 :

« Lorsqu'il cherche à établir une probabilité, l'élève du primaire utilise spontanément un raisonnement intuitif, souvent arbitraire. Sa prédiction peut aussi se baser sur l'affectivité, ce qui peut l'amener à prédire le résultat souhaité et à souhaiter obtenir le résultat prédit ou à réfuter le résultat obtenu. Les activités proposées en classe devraient lui permettre de tendre vers un raisonnement probabiliste. Ce dernier implique de prendre en compte l'incertitude des résultats, ce qui peut constituer un obstacle conceptuel, car l'élève aura plutôt tendance à déterminer les résultats en recherchant une régularité ou un équilibre des résultats (par exemple, sur une roulette à deux secteurs, jaune et rouge, si le jaune sort trois fois, l'élève s'attendra à ce que le rouge sorte à son tour).

Au primaire, l'élève observe et expérimente des activités liées au hasard. Il s'exerce à prédire qualitativement des résultats en se familiarisant avec les concepts de résultat certain, de résultat possible, de résultat impossible. Il s'exerce également à comparer des expériences pour dégager des événements plus probables, également probables et moins probables. Il dénombre les résultats d'une expérience aléatoire à l'aide de tableaux et de diagrammes en arbre et compare quantitativement des résultats fréquentiels obtenus avec des résultats théoriques connus. »

Introduire les probabilités

Nous sommes entourés de phénomènes qu'on ne peut prévoir avec certitude, et nos élèves entendent sûrement des expressions reliées aux probabilités sans nécessairement remarquer et/ou comprendre ce dont il est question. Par exemple, la météo ou les jeux de hasard et d'argent sont des sujets où les probabilités sont abondamment utilisées. Aussi, il peut être intéressant de parler des applications de la probabilité dans la vie de tous les jours. Ainsi, les élèves prendront conscience de l'utilité de ce champ des mathématiques pour mieux comprendre le monde qui les entoure et y participer comme citoyens actifs et avisés. Par ailleurs, il est également intéressant de valider ce qu'ils ont appris par leurs expériences à l'extérieur de l'école pour voir quelles sont les conceptions, bonnes ou mauvaises, qui peuvent influencer leurs apprentissages¹.

À tous les cycles, pour contribuer à l'acquisition d'une compréhension du hasard, il est recommandé d'utiliser des mises en situation qui amènent les élèves à constater la variabilité des résultats, à dégager certaines tendances et à les analyser pour en trouver les explications. C'est un bon moyen de favoriser chez eux le développement de la pensée probabiliste. De plus, le fait d'utiliser un sujet significatif pour eux, avec lequel ils peuvent expérimenter, ne peut qu'améliorer leurs conceptions du hasard². Par exemple, pour arriver à faire réaliser à un élève que la probabilité d'avoir pile-face lors du tirage de deux pièces de monnaie n'est pas 1 sur 3, on peut utiliser le lancer de deux dés. On demande à

1. Rubel, L. (2006), *Students' Probabilistic Thinking Revealed*, chapter 5 in *Thinking and Reasoning with Data and Chance*, Sixty-eighth Yearbook of NCTM, United States of America, p. 49.

2. Rubel, L. (2006), *Students' Probabilistic Thinking Revealed*, chapter 5 in *Thinking and Reasoning with Data and Chance*, Sixty-eighth Yearbook of NCTM, United States of America, p. 51.



l'élève s'il est plus ou moins probable d'obtenir une somme de 11 ou de 12. Il devrait pouvoir répondre qu'il y a plus de chances d'obtenir une somme de 11 (5 et 6 ou 6 et 5) qu'une somme de 12 (6 et 6). En reprenant les pièces de monnaie, l'élève pourrait se rendre compte qu'il y a plus de chances d'obtenir pile-face que face-face ou pile-pile et, donc, que la probabilité ne peut pas être 1 sur 3. L'utilisation de diagrammes ou de schémas pourra faciliter la représentation et l'explication de ces phénomènes, en permettant de mieux saisir ce qu'ils ont en commun.

Si vous expérimentez des activités liées au hasard en petits groupes, vous pourriez ensuite recueillir les résultats de tous les groupes et les inscrire au tableau pour obtenir un plus grand échantillon. Les élèves seront à même de constater la variabilité des résultats d'une équipe à l'autre. Aux deuxième et troisième cycles, il est important de faire réaliser la différence entre une expérience qui compte dix essais et une autre qui en compterait cent, pour que les élèves comprennent bien laquelle de ces expériences donne un résultat plus près de la probabilité théorique.

Le sens des mots spécifiques au domaine des probabilités est aussi très important. Avant de commencer, il est intéressant de demander aux élèves de discuter de leur conception des mots qu'ils auront à utiliser : hasard, chance, probable, possible, certain, impossible. Par exemple, dans le langage commun, on parle de hasard quand on parle d'une cause imprévisible attribuée à des événements inexplicables : « S'en remettre au hasard!³ » tandis que lorsque l'on se réfère aux expériences liées au hasard, on peut attribuer différents degrés de certitude aux résultats possibles et déterminer, parmi ces résultats, ceux qui sont le plus susceptibles de se produire.

Jones et al. (1999) présentent six concepts clés en probabilités : univers des possibles, probabilité fréquentielle ou expérimentale d'un événement, probabilité théorique d'un événement, comparaisons des probabilités, probabilité conditionnelle et indépendance. La compréhension de ces concepts participe au développement du raisonnement probabiliste que les auteurs

déclinent en quatre niveaux : le niveau 1, qui est associé au raisonnement purement subjectif ou non quantitatif; le niveau 2, qui est considéré comme une transition entre le raisonnement purement subjectif et le raisonnement quantitatif naïf; le niveau 3, qui fait appel au raisonnement quantitatif informel; et le niveau 4, qui englobe le raisonnement numérique.

Selon les cycles

Aux premier et deuxième cycles, il est profitable de commencer avec les extrémités du continuum impossible-certain (en discutant d'exemples d'événements impossibles et d'événements certains) pour introduire ensuite des événements possibles. En utilisant un segment⁴ pour représenter ce continuum impossible-certain et en cherchant à situer différents événements sur ce segment, il peut être plus facile de faire réaliser que certains événements sont plus ou moins probables que d'autres. Le milieu du segment correspond à un événement qui paraît aussi probable qu'improbable. Au troisième cycle, il devient possible d'utiliser le même segment pour introduire la notion de probabilité comme un nombre décimal (ou fraction ou pourcentage) entre 0 et 1, en commençant avec la signification d'une probabilité de 0 et d'une probabilité de 1.

Les enfants plus jeunes auront tendance à répondre par leur couleur préférée quand on leur demande « quelle est la couleur de la bille qui a le plus de chance d'être tirée ». Plus l'enfant est jeune, plus l'aspect affectif est important. Les enfants peuvent aussi attribuer une mémoire aux phénomènes aléatoires. Par exemple, en lançant une pièce de monnaie, si l'enfant vient d'obtenir quatre fois de suite « face », il peut penser que « c'est au tour de pile » maintenant. Cette conception naïve se manifeste aussi chez de nombreux adultes, lorsqu'ils admettent choisir des numéros de loterie « qui ne sont pas sortis depuis longtemps ».

Au troisième cycle, afin d'aider à faire le lien entre probabilité fréquentielle et probabilité théorique, on peut recourir à la simulation d'une même expérience un grand nombre de fois. Pour réussir à le faire dans des temps raisonnables, l'utilisation

3. Le petit Larousse illustré, Édition Larousse, France, 2009, p. 493.

4. Progression des apprentissages, p. 21, n° 5.



des technologies est recommandée (voir liens dans la section « Outils pour enseigner les probabilités » du présent document). De plus, il est intéressant de demander aux élèves de justifier leurs réponses lorsqu'ils évaluent des probabilités (entre 0 et 1) parce qu'une bonne réponse ne témoigne pas nécessairement d'un bon raisonnement⁵.

Liens entre les probabilités et les autres domaines de la mathématique

Il est avantageux de lier les probabilités à d'autres domaines de la mathématique, et il est facile de le faire pour l'arithmétique et la statistique.

Au premier cycle, l'élève dénombre des collections et pourra donc se servir de cette habileté lorsqu'il expérimentera des activités liées au hasard afin de dénombrer les résultats possibles d'une expérience aléatoire simple ou reconnaître l'équiprobabilité.

Au troisième cycle, lorsque la probabilité doit être exprimée en considérant la fraction dans le sens « partie-tout », cette application présente aux élèves une nouvelle utilité des fractions. Lorsque les élèves doivent placer différentes probabilités sur la ligne des probabilités, c'est pour eux une nouvelle occasion de situer des fractions sur une portion (entre 0 et 1) de l'axe numérique.

De plus, les problèmes posés permettront d'utiliser la notation fractionnaire, la notation décimale ou le pourcentage pour quantifier une probabilité. De plus, les élèves auront à comparer les résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus, ce qui les conduira à comparer des nombres entre eux, qu'ils soient exprimés sous forme fractionnaire, décimale ou à l'aide de pourcentages.

L'expérimentation constitue un moyen privilégié d'intégrer la statistique aux probabilités, et ce, à tous les cycles. Dès le premier cycle, l'élève pourra recourir aux tableaux pour collecter, décrire et

organiser des données. Au troisième cycle, l'élève pourra être appelé à interpréter des diagrammes circulaires pour faire des prédictions. Par exemple, avec un diagramme qui représenterait le sport préféré des élèves de la classe et sur lequel nous pourrions lire des pourcentages, il serait possible de demander de trouver la probabilité de tirer au sort le nom d'une personne qui aime un sport en particulier. Ainsi, les élèves devraient trouver le nombre de personnes qui aiment ce sport en calculant le pourcentage par rapport au nombre total d'élèves et, ensuite, représenter la probabilité en utilisant la notation fractionnaire, la notation décimale ou le pourcentage.

Outils pour enseigner les probabilités

Les manipulations sont très importantes en classe. Différents objets d'utilisation courante peuvent être mis à contribution pour faire expérimenter les élèves en classe : dés, billes, cubes, prismes, verres, cartes à jouer, roulettes, jetons ou carrés de différentes couleurs, jetons à deux couleurs, pièces de monnaie, punaises.

Aux deuxième et troisième cycles, il est proposé d'utiliser les technologies pour réussir à « simuler » une expérience aléatoire en faisant un grand nombre d'essais dans un court laps de temps. Il est possible d'utiliser, entre autres, des sites comme *E-tools* de Scott Foresman [www.pennsauken.net/~immath/etools/index.html] ou la bibliothèque virtuelle en mathématiques [http://nlvm.usu.edu/fr/nav/topic_t_5.html].

Quelques situations d'apprentissage et d'évaluation (SAE) ciblant les probabilités sont disponibles sur le site du domaine MST. Par exemple, pour le deuxième cycle : [<http://domaine.recitmst.qc.ca/Selon-le-hasard-des-jeux>] ou [<http://domaine.recitmst.qc.ca/Une-histoire-improbable>].

5. Rubel, L. (2006), *Students' Probabilistic Thinking Revealed*, chapter 5 in *Thinking and Reasoning*

with Data and Chance, Sixty-eighth Yearbook of NCTM, United States of America, p. 57.



Bibliographie et webographie

- Association des promoteurs de l'avancement de la mathématique à l'élémentaire (APAME) (1984), *Les probabilités et statistiques au primaire... pourquoi pas?*, Instantanés mathématiques, Joliette, volume XX, numéro spécial B, 40 p.
- Caron, France (2007). « Probabilités et arithmétique : une intersection ». In *Mathématique virtuelle à l'intention du primaire : boîte à outils et idées pratiques*, [En ligne], [http://docmath.recitmst.qc.ca/public.php?service=files&dir=/math/files/doc_13] (Consulté le 8 avril 2013).
- Jones, Graham A., Carol A. Thornton, Cynthia W. Langrall et James E. Tarr (1999). « Understanding Students' Probabilistic Reasoning ». Dans *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 (1999 Yearbook)*, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, p. 146-155.
- MELS, Programme de formation de l'école québécoise - éducation primaire - enseignement préscolaire, Gouvernement du Québec, 2001.
- MELS, Programme de formation de l'école québécoise, Progression des apprentissages au primaire, Mathématique, Gouvernement du Québec, 2009.
- Pearson Education, Inc. S.d. *E-tools*, [En ligne], [www.pennsauken.net/~immath/etools/index.html] (Consulté le 8 avril 2013).
- Poirier, Louise (2001). *Enseigner les mathématiques au primaire*, Montréal, ERPI, p. 177-189.
- Rubel, Laurie H. 2006, « Students' Probabilistic Thinking Revealed : The Case of Coin Tosses ». In *Thinking and Reasoning with Data and Chance : Sixty-eighth Yearbook*, sous la direction de Gail F. Burrill et Portia C. Elliot, United States of America : The National Council of Teachers of Mathematics Inc., p. 49-59.
- Savard, Annie (2008). « Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision ». Thèse de doctorat en ligne, Québec, Université Laval, 555 p. [En ligne], [<http://archimede.bibl.ulaval.ca/archimede/fichiers/25308/25308.pdf>] (Consulté le 8 avril 2013).
- Selon le hasard des jeux : primaire 2^e cycle*, [En ligne], [<http://domaine.recitmst.qc.ca/Selon-le-hasard-des-jeux>] (Consulté le 8 avril 2013).
- Situation d'apprentissage : Une histoire improbable, 1^e année du 2^e cycle*, [En ligne], [<http://domaine.recitmst.qc.ca/Une-histoire-improbable>] (Consulté le 8 avril 2013).
- Utah State University (1999). *Bibliothèque virtuelle en mathématiques*, [En ligne], [http://nlvm.usu.edu/fr/nav/topic_t_5.html] (Consulté le 8 avril 2013).
- Van de Walle, John A. et LouAnn H. Lovin (2007). *Du préscolaire à la première année du deuxième cycle du primaire*. Tome 1 de *L'enseignement des mathématiques : L'élève au centre de son apprentissage*, Canada, Éditions du Nouveau Pédagogique Inc., p. 355-371.
- Van de Walle, John A. et LouAnn H. Lovin. 2008. De la deuxième année du deuxième cycle et troisième cycle du primaire. Tome 2, *L'enseignement des mathématiques, L'élève au centre de son apprentissage*, Canada, Éditions du Nouveau Pédagogique Inc., p. 362-380.



PROBABILITÉ

- Expérimentation d'activités liées au hasard ① ② ③
- Prédiction d'un résultat (certain, possible ou impossible) ① ② ③
- Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire simple ①
- Probabilité qu'un événement simple se produise (plus probable, également probable, moins probable) ② ③
- Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau, d'un diagramme en arbre ② ③
- Comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus ③
- Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur ② ③



Extrait de la *Progression des apprentissages au primaire en mathématique du Programme de formation de l'école québécoise*, p. 21

Le tableau qui suit présente le contenu associé à la probabilité. Les concepts et processus visés offrent des outils de plus en plus complexes pour développer et exercer les trois compétences en mathématique.

	→ L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant. ⓘ	Primaire					
		1 ^{er} cycle		2 ^e cycle		3 ^e cycle	
		1 ^{re}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e
★ L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire. ⓘ							
■ L'élève réutilise cette connaissance. ⓘ							
1. Reconnaître, quand elle s'applique, la variabilité des résultats possibles (incertitude)	→	→	→	→	→	★	
2. Reconnaître, quand elle s'applique, l'équiprobabilité (ex. : quantité, symétrie d'un objet [cube])	→	→	→	→	→	★	
3. Prendre conscience, quand elle s'applique, de l'indépendance entre les tours lors d'une expérimentation	→	→	→	→	→	★	
4. Expérimenter des activités liées au hasard en utilisant du matériel varié (ex. : roulettes, prismes à base rectangulaire, verres, billes, punaises, dés à 6, 8 ou 12 faces)	→	→	→	→	→	★	
5. Prédire qualitativement un résultat ou plusieurs événements en utilisant, entre autres, une droite des probabilités							
a. résultat certain, résultat possible ou résultat impossible	→	→	→	→	→	★	
b. événement plus probable, événement également probable, événement moins probable			→	→	→	★	
6. Distinguer la prédiction du résultat obtenu	→	→	→	→	→	★	
7. Utiliser des tableaux ou des diagrammes pour colliger et mettre en évidence les résultats de l'expérimentation	→	→	→	→	→	★	
8. Dénombrer les résultats possibles							
a. d'une expérience aléatoire simple	→	★					
b. d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau, d'un diagramme en arbre			→	→	→	★	
9. Comparer qualitativement la probabilité théorique ou fréquentielle que des événements se produisent			→	→	→	★	
10. Reconnaître qu'une probabilité se situe entre 0 et 1					→	★	
11. Utiliser la notation fractionnaire, la notation décimale ou le pourcentage pour quantifier une probabilité					→	★	
12. Comparer des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus					→	★	
13. Simuler des expériences aléatoires avec ou sans l'aide de la technologie			→	→	→	★	
Vocabulaire Hasard, expérience aléatoire, chance, dénombrement, diagramme en arbre Résultat certain, résultat possible, résultat impossible Événement, événement probable, également probable, plus probable, moins probable, probabilité	→	→	→	★			

1. Par exemple, sur une roulette à deux secteurs, jaune et rouge, si le jaune sort trois fois, l'élève s'attendra à ce que le rouge sorte à son tour.